



# Centres étrangers, Bac Gé., juin 2024, sujet de secours

## Exercice 1 ..... (4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est juste ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

**Affirmation 1 :** Soit (E) l'équation différentielle :  $y' - 2y = -6x + 1$ .

La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{2x} - 6x + 1$  est une solution de l'équation différentielle (E).

**Affirmation 2 :** On considère la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par

$$u_n = 1 + \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^n.$$

La suite  $(u_n)$  a pour limite  $+\infty$ .

**Affirmation 3 :** On considère la suite  $(u_n)$  définie dans l'affirmation 2.

L'instruction `suite(50)` ci-dessous, écrite en langage Python, renvoie  $u_{50}$ .

```
</> Code Python
1 def suite(k) :
2     S = 0
3     for i in range(k) :
4         S = S + (3/4)**k
5     return S
```

**Affirmation 4 :** Soit  $a$  un réel et  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par

$$f(x) = a \ln(x) - 2x.$$

Soit  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

Il existe une valeur de  $a$  pour laquelle la tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

**Exercice 2.....(5 points)**

Au cours d'une séance, un joueur de volley-ball s'entraîne à faire des services. La probabilité qu'il réussisse le premier service est égale à 0,85.

On suppose de plus que les deux conditions suivantes sont réalisées :

- si le joueur réussit un service, alors la probabilité qu'il réussisse le suivant est égale à 0,6;
- si le joueur ne réussit pas un service, alors la probabilité qu'il ne réussisse pas le suivant est égale à 0,6.

Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on note  $R_n$  l'évènement « le joueur réussit le  $n$ -ième service » et  $\overline{R_n}$  l'évènement contraire.

**Partie A :**

On s'intéresse aux deux premiers services de l'entraînement.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité de l'évènement  $R_2$  est égale à 0,57.
3. Sachant que le joueur a réussi le deuxième service, calculer la probabilité qu'il ait raté le premier.
4. Soit  $Z$  la variable aléatoire égale au nombre de services réussis au cours des deux premiers services.
  - (a) Déterminer la loi de probabilité de  $Z$  (on pourra utiliser l'arbre pondéré de la question 1).
  - (b) Calculer l'espérance mathématique  $\mathbb{E}(Z)$  de la variable aléatoire  $Z$ .  
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**Partie B :**

On s'intéresse maintenant au cas général.

Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on note  $x_n$  la probabilité de l'évènement  $R_n$ .

1.
  - (a) Donner les probabilités conditionnelles  $P_{R_n}(R_{n+1})$  et  $P_{\overline{R_n}}(\overline{R_{n+1}})$ .
  - (b) Montrer que, pour tout entier naturel non nul  $n$ , on a :  $x_{n+1} = 0,2x_n + 0,4$ .
2. Soit la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  non nul par  $u_n = x_n - 0,5$ .
  - (a) Montrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique.
  - (b) Déterminer l'expression de  $x_n$  en fonction de  $n$ . En déduire la limite de la suite  $(x_n)$ .
  - (c) Interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.

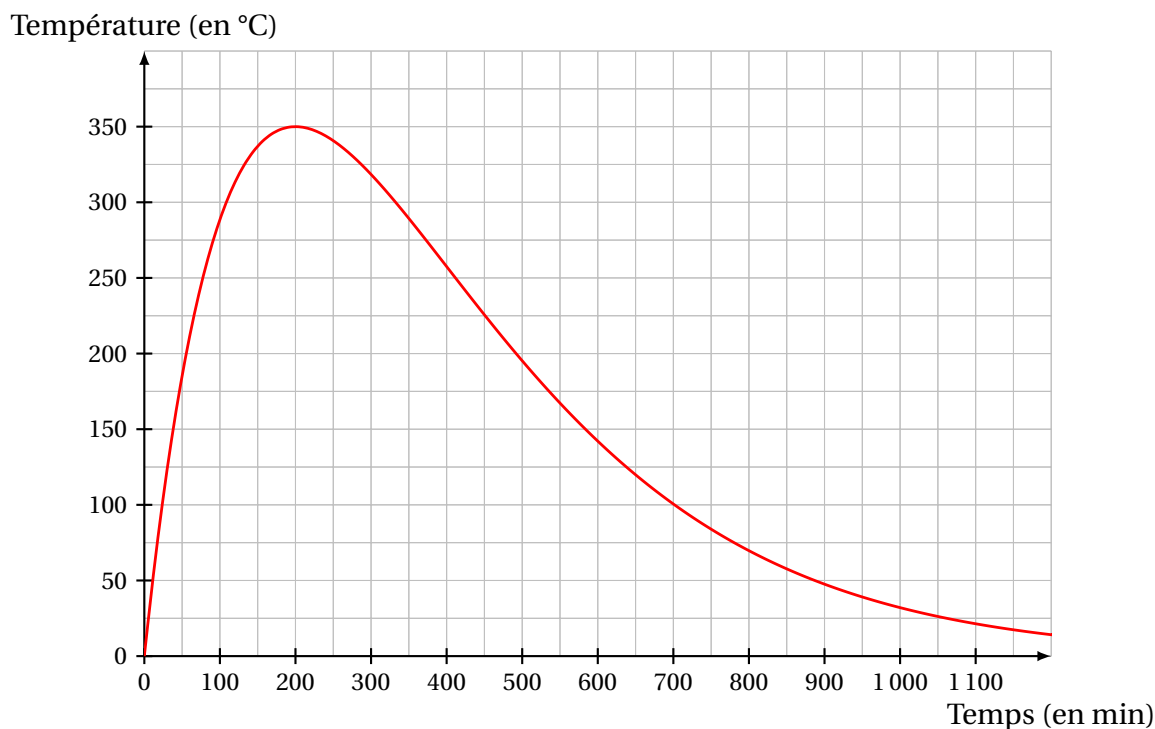
### Exercice 3.....(7 points)

Un organisme certificateur est missionné pour évaluer deux appareils de chauffage, l'un d'une marque A et l'autre d'une marque B.

*Les parties 1 et 2 sont indépendantes.*

#### Partie 1 : appareil de la marque A

À l'aide d'une sonde, on a mesuré la température à l'intérieur du foyer d'un appareil de la marque A. On a représenté, ci-dessous, la courbe de la température en degrés Celsius à l'intérieur du foyer en fonction du temps écoulé, exprimé en minutes, depuis l'allumage du foyer.



Par lecture graphique :

1. Donner le temps au bout duquel la température maximale est atteinte à l'intérieur du foyer.
2. Donner une valeur approchée, en minutes, de la durée pendant laquelle la température à l'intérieur du foyer dépasse 300°C.
3. On note  $f$  la fonction représentée sur le graphique.

Estimer la valeur de  $\frac{1}{600} \int_0^{600} f(t) dt$ . Interpréter le résultat.

#### Partie 2 : étude d'une fonction

Soit la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par  $g(t) = 10te^{-0,01t} + 20$ .

1. Déterminer la limite de  $g$  en  $+\infty$ .
2. (a) Montrer que pour tout  $t \in [0; +\infty[$ ,  $g'(t) = (-0,1t + 10)e^{-0,01t}$ .  
(b) Étudier les variations de la fonction  $g$  sur  $[0; +\infty[$  et construire son tableau de variations.
3. Démontrer que l'équation  $g(t) = 300$  admet exactement deux solutions distinctes sur  $[0; +\infty[$ . En donner des valeurs approchées à l'unité.

4. À l'aide d'une intégration par parties, calculer  $\int_0^{600} g(t) \, dt$ .

### **Partie 3 : évaluation**

Pour un appareil de la marque B, la température en degrés Celsius à l'intérieur du foyer  $t$  minutes après l'allumage est modélisée sur  $[0; 600]$  par la fonction  $g$ .

L'organisme certificateur attribue une étoile par critère validé parmi les quatre suivants :

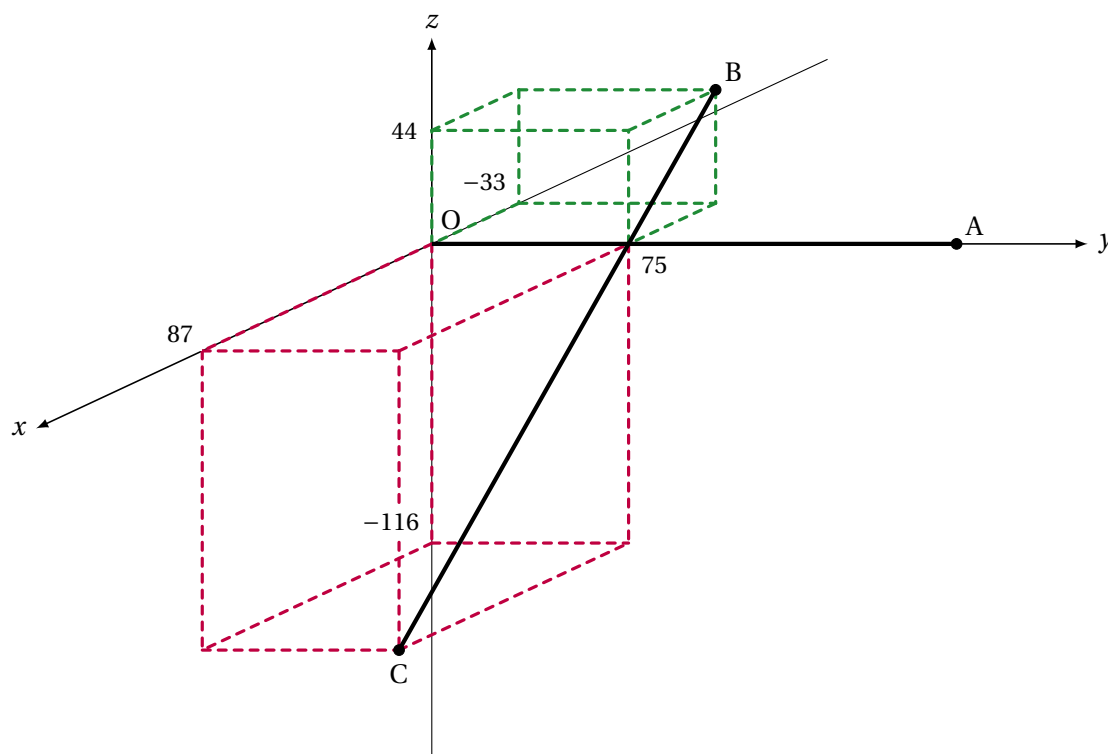
- Critère 1 : la température maximale est supérieure à  $320^\circ\text{C}$ .
- Critère 2 : la température maximale est atteinte en moins de 2 heures.
- Critère 3 : la température moyenne durant les 10 premières heures après l'allumage dépasse  $250^\circ\text{C}$ .
- Critère 4 : la température à l'intérieur du foyer ne doit pas dépasser  $300^\circ\text{C}$  pendant plus de 5 heures.

Chaque appareil obtient-il exactement trois étoiles ? Justifier votre réponse.

## Exercice 4.....(4 points)

On modélise un passage de spectacle de voltige aérienne en duo de la manière suivante :

- on se place dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , une unité représentant un mètre;
- l'avion n°1 doit relier le point O au point A(0; 200; 0) selon une trajectoire rectiligne, à la vitesse constante de 200 m/s;
- l'avion n°2 doit, quant à lui, relier le point B(-33; 75; 44) au point C(87; 75; -116) également selon une trajectoire rectiligne, et à la vitesse constante de 200 m/s.
- au même instant, l'avion n°1 est au point O et l'avion n°2 est au point B.



1. Justifier que l'avion n°2 mettra autant de temps à parcourir le segment [BC] que l'avion n°1 à parcourir le segment [OA].
2. Montrer que les trajectoires des deux avions se coupent.
3. Les deux avions risquent-ils de se percuter lors de ce passage?