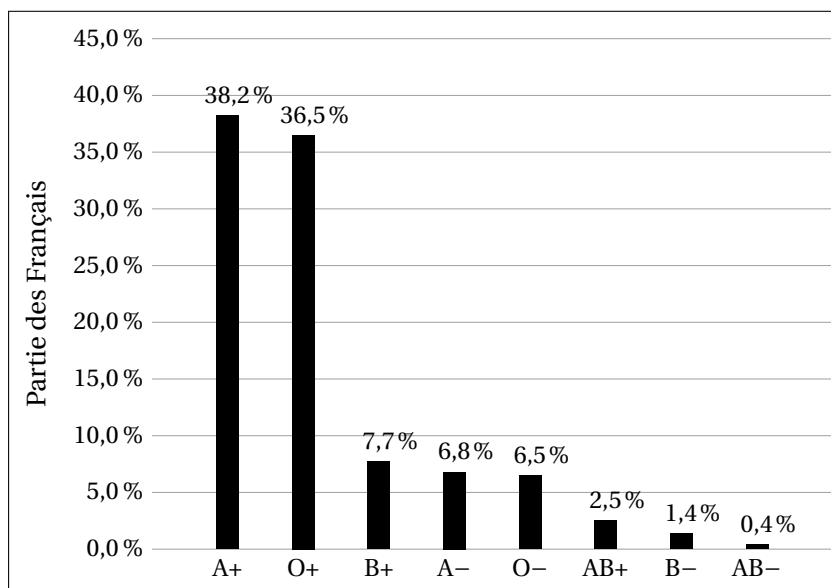




Am. du Sud, Bac Gé., 22 novembre 2024, sujet n°2

Exercice 1.....(5 points)

Voici la répartition des principaux groupes sanguins des habitants de France.



Source : <https://fr.statista.com/statistiques/656036/groupes-sanguins-repartition-rh-france/>.

A+, O+, B+, A-, O-, AB+, B- et AB- sont les différents groupes sanguins combinés aux rhésus.

Par exemple : A+ est le groupe sanguin A de rhésus +.

Une expérience aléatoire consiste à choisir une personne au hasard dans la population française et à déterminer son groupe sanguin et son rhésus.

Dans l'exercice, on adopte les notations du type :

A+ est l'évènement « la personne est de groupe sanguin A et de rhésus + »

A- est l'évènement « la personne est de groupe sanguin A et de rhésus - »

A est l'évènement « la personne est de groupe sanguin A »

Les **parties 1** et **2** sont indépendantes.

Partie 1

On note Rh+ l'évènement «La personne est de rhésus positif ».

- Justifier que la probabilité que la personne choisie soit de rhésus positif est égale à 0,849.
- Démontrer à l'aide des données de l'énoncé que $P_{Rh+}(A) = 0,450$ à 0,001 près.
- Une personne se souvient que son groupe sanguin est AB mais a oublié son rhésus. Quelle est la probabilité que son rhésus soit négatif? Arrondir le résultat à 0,001 près.

Partie 2

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 0,001 près.

Un donneur universel de sang est une personne de groupe sanguin O et de rhésus négatif. On rappelle que 6,5% de la population française est de groupe O-.

1. On considère 50 personnes choisies au hasard dans la population française et on note X la variable aléatoire qui compte le nombre de donneurs universels.
 - (a) Déterminer la probabilité que 8 personnes soient des donneurs universels.
Justifier votre réponse.
 - (b) On considère la fonction ci-dessous nommée `proba` d'argument k écrite en langage Python.

```

</> Code Python
def proba(k) :
    p = 0
    for i in range(k+1) :
        p = p + binomiale(i, 50, 0.065)
    return p
    
```

Cette fonction utilise la fonction `binomiale` d'argument i , n et p , créée pour l'occasion, qui renvoie la valeur de la probabilité $P(X = i)$ dans le cas où X suit une loi binomiale de paramètres n et p .

Déterminer la valeur numérique renvoyée par la fonction `proba` lorsqu'on saisit `proba(8)` dans la console Python. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. Quel est le nombre minimal de personnes à choisir au hasard dans la population française pour que la probabilité qu'au moins une des personnes choisies soit donneur universel, soit supérieure à 0,999.

Exercice 2.....(5 points)

Cet exercice contient 5 affirmations.

Pour chaque affirmation, répondre par VRAI ou FAUX en justifiant la réponse.

Toute absence de justification ou justification incorrecte ne sera pas prise en compte dans la notation.

Partie 1

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 10 \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2.$$

1. **Affirmation 1** : La suite (u_n) est décroissante minorée par 0.
2. **Affirmation 2** : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
3. **Affirmation 3** : La suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 3$ est géométrique.

Partie 2

On considère l'équation différentielle (E) : $y' = \frac{3}{2}y + 2$ d'inconnue y , fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} .

1. **Affirmation 4** : Il existe une fonction constante solution de l'équation différentielle (E).
2. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ on note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f solution de (E) tel que $f(0) = 0$.
Affirmation 5 : La tangente au point d'abscisse 1 de \mathcal{C}_f a pour coefficient directeur $2e^{\frac{3}{2}}$.

Exercice 3.....(5 points)

Partie 1

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels \mathbb{R} par :

$$f(x) = (x^2 - 4) e^{-x}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur \mathbb{R} et on note f' sa fonction dérivée.

1. Déterminer les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Justifier que pour tout réel x , $f'(x) = (-x^2 + 2x + 4) e^{-x}$.
3. En déduire les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .

Partie 2

On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par $I_n = \int_{-2}^0 x^n e^{-x} dx$.

1. Justifier que $I_0 = e^2 - 1$.
2. En utilisant une intégration par partie, démontrer l'égalité :

$$I_{n+1} = (-2)^{n+1} e^2 + (n + 1)I_n.$$

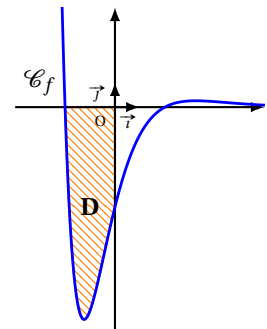
3. En déduire les valeurs exactes de I_1 et de I_2 .

Partie 3

1. Déterminer le signe sur \mathbb{R} de la fonction f définie dans la **partie 1**.
2. On a représenté ci-contre la courbe \mathcal{C}_f de la fonction f dans un repère ortho-normé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

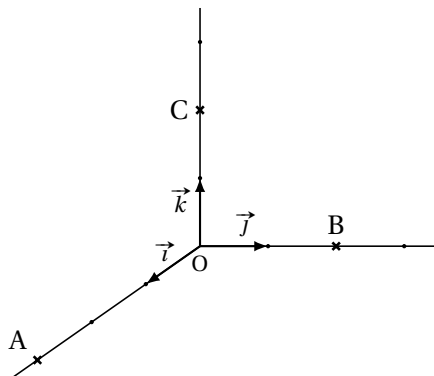
Le domaine **D** du plan hachuré ci-contre est délimité par la courbe \mathcal{C}_f , l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

Calculer la valeur exacte, en unité d'aire, de l'aire S du domaine **D**.



Exercice 4.....(5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
 On considère les trois points $A(3; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ et $C(0; 0; 2)$.



L'objectif de cet exercice est de démontrer la propriété suivante :
 « **Le carré de l'aire du triangle ABC est égal à la somme des carrés des aires des 3 autres faces du tétraèdre OABC** ».

Partie 1 : Distance du point O au plan (ABC)

1. Démontrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC).
2. Démontrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x + 3y + 3z - 6 = 0$.
3. Donner une représentation paramétrique de la droite d passant par O est de vecteur directeur \vec{n} .
4. On note H le point d'intersection de la droite d du plan (ABC). Déterminer les coordonnées du point H.
5. En déduire que la distance du point O au plan (ABC) est égale à $\frac{3\sqrt{22}}{11}$.

Partie 2 : Démonstration de la propriété

1. Démontrer que le volume du tétraèdre OABC est égal à 2.
2. En déduire que l'aire du triangle ABC est égale sa $\sqrt{22}$.
3. Démontrer que pour le tétraèdre OABC, « *le carré de l'aire de triangle ABC est égal à la somme des carrés des aires des 3 autres faces du tétraèdre* ».

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par $V = \frac{1}{3} \mathcal{B} \times h$ où \mathcal{B} est l'aire d'une base du tétraèdre et h est la hauteur relative à cette base.